One sample t test

Now assume σ unknown. Conditions: Simple random sample n > 30 or population distribution is normal. $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ (right-tailed) H_1 : $\mu < \mu_0$ (left-tailed) $H_1: \mu \neq \mu_0$ (two-tailed) test statistic $t = \frac{x - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = t^*$. P-value = $P(t > t^*)$ if $H_1 : \mu > \mu_0$ P-value = $P(t < t^*)$ if $H_1 : \mu < \mu_0$ P-value = $2P(t > |t^*|)$ if $H_1 : \mu \neq \mu_0$ Note the t chart only gives positive t values. P(t < -2) = P(t > 2) as the t density curve is symmetric around 0

< 口 > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

 	-					
	0	lo.	-			
		~				

(Table											
cum. prob	t.50	t.15	1,00	t.85	t 39	1.95	t.,575	t.99	t.355	t	t.,,,,,,
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63,66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.385	1.895	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.778	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.158	1.476	2.015	2.571	3.385	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.905	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.895	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.708	0.889	1.108	1.397	1.880	2.306	2.896	3.355	4.601	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1,100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3,169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.065	1.303	1.790	2.201	2.718	3.105	4.025	4.437
12	0.000	0.095	0.073	1.063	1.350	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.000	0.670	1.079	1.350	1.771	2.100	2.650	3.012	3.802	4.221
15	0.000	0.691	0.000	1.076	1.340	1.701	2.140	2.624	2.8/7	3.101	4,140
18	0.000	0.690	0.855	1.074	1 337	1.746	2 120	2 582	2.07/	2 695	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.089	1 333	1.740	2 110	2 587	2.808	3.646	3.065
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3,922
19	0.000	0.688	0.861	1.055	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.054	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.050	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
28	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2,467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.452	2.756	3.395	3,659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
00	0.000	0.679	0.848	1.045	1.256	1.0/1	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
100	0.000	0.078	0.846	1.043	1.292	1.004	1.090	2.3/4	2.639	3,195	3,416
100	0.000	0.077	0.045	1.042	1.290	1.000	1.004	2.304	2.020	0.1/4	3.390
1000	0.000	0.075	0.042	1.057	1.202	1.040	1.802	2.330	2.001	0.098	3.300
Z	0.000	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.980	2.326	2.578	3.090	3.291
F	0%	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99.8%	99.9%
	Confidence Level										



t-table.xls 7/14/2007

æ

▲□ > ▲圖 > ▲ 国 > ▲ 国 >

A SRS of n=76 subjects were on a low fat diet. Sample mean weight loss was $\bar{x} = 2.2$ kg with s = 6.1 kg. Can we conclude the mean weight loss μ of the population is greater than 0? Use $\alpha = 0.05$. $H_0: \mu = 0$ $H_1: \mu > 0$ Test statistic $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{2.2 - 0}{6.1/\sqrt{76}} = 3.144$. P-value = P(t > 3.144) which is between 0.001 and 0.005. P-value < 0.05. Reject H_0 . We conclude that the mean weight loss is greater than 0.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Compare a generic drug to the brand-name.

n = 7 subjects applied the ointment. The amounts absorbed (mg): 2.6, 3.2, 2.1, 3.0, 3.1, 2.9, 3.7.

Does the mean amount absorbed differs from 3.5 mg? Use $\alpha = 0.01$. Make a dot plot or stem-and-leaf plot of data: No outliers, no strong skewness, so we can assume data come from a normal distribution.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 >

Example 8.17: Solutions

 $H_0: \mu = 3.5$

$$H_1: \mu \neq 3.5$$

 $\bar{x} = 2.9429, s = 0.4995$ (computed from data)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{2.9429 - 3.5}{0.4995/\sqrt{7}} = -2.951.$$

P-value = 2P(t > 2.951) which is between 0.02 and 0.05.

P-value > 0.01. Do not reject H_0 . There is not enough evidence that the mean amount absorbed differs from 3.5 mg.

How to find the P-value for t test: Find the degrees of freedom then move along that line to the right until you find two values than bracket your t value. Then move to the top to read the range of the P-value. Go to the one tail line (the 2nd line from the top) for one-tailed test and go to the two tail line (3rd line from top) for two-tailed test. If t value is off the chart, then the P-value is less than the value at the rightmost edge.

・ ロ ト ・ 同 ト ・ 目 ト ・ 目 ト

- Seven subjects who identified themselves as Buddhist reported hours per week watching TV of:
- 2,1,1,3,2,3,2.
- Assume the TV watching time of a budddist is approximately normally distributed.
- 1). Estimate the sample mean \bar{x} and sample standard deviation *s*.
- 2). Construct a 90% confidence interval for μ , the mean TV watching time per week for all Buddhists.
- 3). Test if the mean TV watching time per week for Buddhist is smaller than the that for the general public which is 4 hours using $\alpha = 0.05$.

イロン 不通 とくほう 不良 とうほう

$$ar{x} = 2, s = 0.816.$$

CI: 2 ± 1.943 * 0.816/ $\sqrt{7}$ = (1.40, 2.60) hours.

$$H_0: \mu = 4$$

$$H_1: \mu < 4$$

$$t = \frac{2-4}{0.816/\sqrt{7}} = -6.48$$

the P-value < 0.0005. Reject H_0 .

(ロ) (四) (主) (主) (主)

check your understanding exercise

A random sample of dioxin emissions is taken from an incinerator for 4 days this year. The observations were:

2, 3, 3, and 2 grams of dioxin per day. Assume the emissions are approximately normally distributed.

1). Construct a 90% confidence interval for the mean emission of dioxin per day.

2). The researcher suspects the incinerator is emitting a higher level of dioxin this year. Test if the mean emission this year is higher than last year's mean emission which was 1.8 grams. Use $\alpha = 0.05$.

CI:
$$\bar{x} \pm t \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.5 \pm 2.353 * 0.577 / \sqrt{4} = (1.82, 3.18)$$
 grams.

 $\begin{array}{l} H_0: \mu = 1.8 \\ H_1: \mu > 1.8 \\ t = \frac{2.5 - 1.8}{0.577/\sqrt{4}} = 2.43. \\ \text{P-value is between 0.025 and 0.05.} \\ \text{Reject } H_0. \end{array}$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 >

Prob 18, p. 378. An economist wants to find if the mean FICO credit score of people is lower than the 720 cutoff of 720. She finds the mean FICO credit score of a SRS of 100 people had a mean of 703 with a standard deviation of 92. Can she conclude the population mean FICO score is lower than 720? Use $\alpha = 0.05$.

・ ロ ト ・ 同 ト ・ 目 ト ・ 目 ト

October 25, 2020

10/24

$$\bar{x} = 703, n = 100, s = 92.$$

 $H_0: \mu = 720$
 $H_1: \mu < 720$
 $t = \frac{703-720}{92/\sqrt{100}} = -1.85$
P-value = $P(t < -1.85)$ which is between 0.025 and 0.05.
Reject H_0 . She has sufficient edivence to conclude the population mean score is lower than 720.

Check your understanding exercise

The mean annual tuition and fees in the 2009-1010 academic year for a sample of 14 private colleges in CA was \$30,500 with a standard deviation \$4,500. A dotplot shows it is reasonable to assume the population distribution is normal. Can you conclude the mean tuition and fees for private colleges in CA differs from \$30,000? a. State H_0 , H_1 .

b. Compute the test statistic.

c. Find the p-value. What is your conclusion using $\alpha = 0.01$ level of significance?

イロト 不得 トイヨト イヨト

Solutions

 $\begin{array}{l} H_0: \mu = 30,000\\ H_1: \mu \neq 30,000\\ \text{The t statistic is:}\\ t = \frac{30500-30000}{\frac{4500}{\sqrt{14}}} = 0.416.\\ \text{P-value} = 2P(t > 0.416) \text{ which is between 0.50 and 1.00.}\\ \text{Do not reject } H_0. \text{ There is not sufficient evidence in the data that the mean tuition differs from $30,000.} \end{array}$

4 3 > 4 3

Hypothesis tests for population proportion p

 $\begin{array}{l} H_0: p = p_0 \\ H_1: p > p_0 \text{ or} \\ H_1: p < p_0 \text{ or} \\ H_1: p \neq p_0. \end{array}$

Conditions:

1. SRS

2. np_0 and $n(1 - p_0)$ are at least 10.

test statistic: $z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = z^*$. P-value= $P(z > z^*)$ if $H_1 : p > p_0$ P-value= $P(z < z^*)$ if $H_1 : p < p_0$ P-value= $2P(z > |z^*|)$ if $H_1 : p \neq p_0$. (Note we go back to z test as we assume \hat{p} approximately has a normal distribution with a large sample size).

(James Madison University)

Example 8.19

Among 500 students, 90% rated Facebook as "cool". Can we conclude that *p*, the proportion of students who think Facebook is cool is greater than 85%? Use $\alpha = 0.05$.

Check sample size condition:

$$P_0 = 0.85, np_0 = 500 * 0.85 = 425 > 10, n(1 - p_0) = 75 > 10.$$

 $\begin{array}{l} H_0: p = 0.85 \\ H_1: p > 0.85. \\ z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.90 - 0.85}{\sqrt{0.85 * 0.15 / 500}} = 3.13. \\ (\text{Note } p_0 \text{ which is } 0.85 \text{ is used in the bottom }) \\ \text{P-value} = P(z > 3.13) = 0.0009 < 0.05. \end{array}$

Reject H_0 . We conclude that more than 85% of college students think Facebook is cool.

- ロ ト - (同 ト - (回 ト -) 回 ト -) 回

Check your understanding exercise

A research company reported that 65% of online searches in 2010 used Google as the search engine. A network engineer wants to determine if the percentage is different in his company. He samples 400 workers and finds that 295 of them use google. Can he conclude that the percentage of searches that use google in his company differs from 65%? Use $\alpha = 0.05$ level of significance.

Sample size conditions are met.

 $\hat{p} = \frac{295}{400} = 0.7375$ $H_0: p = 0.65$ $H_1: p \neq 0.65$ $z = \frac{0.7375 - 0.65}{\sqrt{0.65 \times 0.35/400}} = 3.67$ P-value = $2P(z > 3.67) = 2 \times 0.0001 = 0.0002$.

Reject H_0 . There is sufficient evidence that the percentage of searches that use google in his company differs from 65%.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >



Among 724 flu patients treated with Tamiflu, 72 experienced nausea as an adverse reaction. Test the claim that the rate of nausea is greater than the 6% rate experienced by patients given a placebo using level of significance $\alpha = 0.01$.

Solution

 $\begin{array}{l} H_0: p = 0.06 \\ H_1: p > 0.06. \\ \hat{p} = 72/724 = 0.0994 \\ z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.0994 - 0.06}{\sqrt{\frac{0.06 + 0.94}{724}}} = 4.46 \\ \text{P-value} = P(z > 4.46) = 0.0001 < 0.01. \text{ Reject } H_0. \text{ There is sufficient} \\ \text{evidence that the rate of nausea is higher than %6.} \end{array}$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Exercise

In a recenty study, 304 patients were asked whether they prefer a doctor with high technical skills and average interpersonal skills or a doctor with high interpersonal skills and average technical skills. Among them 116 patients chose a doctor with a high interpersonal skills. Can we conclude than less than half of the patients prefer a doctor with high interpersonal skills? Use $\alpha = 0.01$ level of significance.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Solutions

 $\begin{array}{l} H_0: p = 0.5 \\ H_1: p < 0.5 \\ \hat{p} = \frac{116}{304} = 0.382 \\ z = \frac{0.382 - 0.5}{\sqrt{0.5 * 0.5/304}} = -4.11 \\ \text{p-value} = P(z < -4.11) = 0.0001 < 0.01. \\ \text{Reject } H_0. \text{ We can conclude less than 50 percent of the patients prefer a doctor with high interpersonal skills.} \end{array}$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 >

Exercise

When Gregor Mendel conducted his famous hybridization experiments with peas, one such experiment resulted in 580 offspring peas, with 26.2% of them having yellow pods. Test whether the population proportion equals 1/4, a proportion he proposed in his theory. Use level of significance $\alpha = 0.05$.

Solution

 $\begin{array}{l} H_0: p = \frac{1}{4} \\ H_1: p \neq \frac{1}{4} \\ z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}} = \frac{0.262 - 0.25}{\sqrt{0.25 * 0.75/580}} = 0.67. \\ \text{P-value} = 2P(z > 0.67) = 2 * 0.2514 = 0.5028. \\ \text{Do not reject } H_0. \text{ There is not sufficient evidence to conclude the population proportion differs from 1/4.} \end{array}$

Note $P(z > 0.67) = 1 - P(z \le 0.67) = 1 - 0.7486 = 0.2514$.

イロン イ理 とく ヨン・

Standard Normal Cumulative Probability Table

Cumulative probabilities for NEGATIVE z-values are shown in the following table:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0039	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0064
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.01/4	0.01/0	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0166	0.0185
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0654	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.156/	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1409	0.1440	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4582	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

・ロト・西ト・ヨト・ヨー つくぐ

Table A.2 Cumulative Normal Distribution (continued)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974

(James Madison University)